

Минобрнауки России  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
Кургалин Сергей Дмитриевич  
Кафедра цифровых технологий

25.06.2021

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.13 Фундаментальная и компьютерная алгебра

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

02.03.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

**3. Квалификация (степень) выпускника:**

Бакалавриат

**4. Форма обучения:**

Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра цифровых технологий

**6. Составители программы:**

Вахитова Екатерина Васильевна, кандидат физико-математических наук, профессор

**7. Рекомендована:**

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

**8. Учебный год:**

2021-2022

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

формирование представлений о фундаментальной алгебре: алгебраические структуры, линейная алгебра, алгебра многочленов и о компьютерной алгебре.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины достаточно хороших знаний школьной математики.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:**

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает основные понятия и факты в области фундаментальной и компьютерной алгебры</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Умеет формулировать и доказывать теоремы, самостоятельно решать задачи фундаментальной и компьютерной алгебры</p>

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеет навыками практического использования методов фундаментальной и компьютерной алгебры при решении различных задач профессиональной деятельности

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

10/360

## Форма промежуточной аттестации:

Экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 1	Семестр 2	Всего
Аудиторные занятия	84	48	132
Лекционные занятия	50	32	82
Практические занятия	34	16	50
Лабораторные занятия			0
Самостоятельная работа	132	24	156
Курсовая работа			0
Промежуточная аттестация	36	36	72
Часы на контроль	36	36	72
Всего	252	108	360

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Группы, кольца, поля; комплексные числа	<p>Группа, простейшие свойства группы. Кольцо, простейшие свойства кольца. Поле, простейшие свойства поля. Подгруппа, критерий подгруппы. Подкольцо, подполе. Кольцо целых чисел. Поле комплексных чисел. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме. Числовое поле, теорема о наименьшем числовом поле. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>
2	Системы линейных уравнений, матрицы и определители	<p>Системы линейных уравнений над полем, следствие СЛУ. Ранг матрицы, ступенчатая матрица. Критерий совместности СЛУ. Решение СЛУ методом последовательного исключения переменных. Однородная СЛУ, понятие фундаментальной системы решений однородной СЛУ. Операции над матрицами. Обратимая квадратная матрица, обратная матрица. Матричная форма записи СЛУ, теорема. Определители, их свойства. Разложение определителя по строке (или столбцу). Второй способ вычисления обратной матрицы и ранга матрицы. Правило Крамера.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
3	Векторные пространства и линейные операторы	<p>Основные понятия векторного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Разложение вектора по базису. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности. Линейное отображение. Линейные операторы, матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов <math>x</math> и <math>f(x)</math>. Связь между координатными столбцами вектора относительно различных базисов. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов. Теорема о связи дефекта и ранга линейного оператора. Основные понятия евклидова векторного пространства. Собственные векторы и собственные значения, характеристическое уравнение.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>
4	Многочлены над произвольным полем	<p>Кольцо многочленов, степень многочлена. Корни многочлена, теорема Безу, схема Горнера. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены. Квадратичные формы.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
5	Многочлены над полем комплексных чисел	Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Разложение многочлена над полем комплексных чисел.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>
6	Многочлены над полем действительных чисел	Разложение многочлена над полем действительных чисел. Уравнения третьей и четвертой степени.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>
7	Введение в компьютерную алгебру	Что такое компьютерная алгебра. Системы компьютерной алгебры. Алгоритмы компьютерной алгебры. Задача представления данных. Кольцо целых чисел. Кольцо классов вычетов. Конечные поля. Рациональные числа, алгебраические числа. Минимальный многочлен.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16312</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Группы, кольца, поля; комплексные числа	14	10		50	74
2	Системы линейных уравнений, матрицы и определители	20	12		40	72
3	Векторные пространства и линейные операторы	18	10		42	70

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
4	Многочлены над произвольным полем	12	6		6	24
5	Многочлены над полем комплексных чисел	8	4		4	16
6	Многочлены над полем действительных чисел	4	4		6	14
7	Введение в компьютерную алгебру	6	4		8	18
		82	50	0	156	288

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при

наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и

внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	<b>Курош, А. Г.</b> Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Курош А. Г. — 20-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 432 с. — Рекомендовано Министерством образования РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика» .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-4304-8 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/118617">https://e.lanbook.com/book/118617</a> >.
2	<b>Фаддеев, Д. К.</b> Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Фаддеев Д. К. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 416 с. — Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественнонаучных, педагогических и технических наук .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-4106-8 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/115199">https://e.lanbook.com/book/115199</a> >.
3	<b>Проскуряков, И. В.</b> Сборник задач по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Проскуряков И. В. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 476 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-4044-3 .— <URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/114701">https://e.lanbook.com/book/114701</a> >.

#### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	<b>Кострикин, А. И.</b> Введение в алгебру : учебник. 1. Основы алгебры / А.И. Кострикин .— Москва : МЦНМО, 2009 .— 273 с. — <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .— ISBN 978-5-94057-453-8 .— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63140">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63140</a> >.
2	<b>Кострикин, А. И.</b> Введение в алгебру : учебник. 2. Линейная алгебра / А.И. Кострикин .— Москва : МЦНМО, 2009 .— 368 с. — <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .— ISBN 978-5-94057-454-5 .— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63144">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63144</a> >.
3	<b>Кострикин, А. И.</b> Введение в алгебру : учебник. 3. Основные структуры алгебры / А.И. Кострикин .— Москва : МЦНМО, 2009 .— 272 с. — <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .— ISBN 978-5-94057-455-2 .— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=62951">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=62951</a> >.
4	Сборник задач по алгебре : задачник / ; под ред. А. И. Кострикин .— Москва : МЦНМО, 2009 .— 404 с. — <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .— ISBN 978-5-94057-413-2 .— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63274">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63274</a> >.



№ п/п	Источник
5	<b>Фаддеев, Д. К.</b> Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] / Фаддеев Д. К., Соминский И. С. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2008 .— 288 с. — Рекомендовано Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по математическим специальностям. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-0427-8 .— <URL: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=399">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=399</a> >.
6	<b>Панкратьев, Е. В.</b> Элементы компьютерной алгебры : учебник / Е.В. Панкратьев ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ" .— Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2007 .— 247 с. — (Основы информатики и математики) .— <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .— ISBN 978-5-9556-0099-4 .— <URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233322">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=233322</a> >.
7	<b>Сардак, Л.В.</b> Компьютерная математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие для вузов / Л.В. Сардак; Под редакцией профессора Б.Е. Стариченко - М. : Горячая линия - Телеком, 2016. — Москва : Горячая линия - Телеком, 2016 .— 264 с. — Компьютерная математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие для вузов / Л.В. Сардак; Под редакцией профессора Б.Е. Стариченко - М. : Горячая линия - Телеком, 2016. — ISBN 5-9912-0527-6 .— <URL: <a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991205276.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991205276.html</a> >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Вахитова Е. В. Фундаментальная и компьютерная алгебра. Часть I. Структуры алгебры : учебно-методическое пособие для вузов / С. В. Борзунов, Р.Х. Вахитов, Е. В. Вахитова. – Воронеж: Изд. - полиграф. центр ВГУ, 2012. – 117 с.
2	Вахитова Е. В. Фундаментальная и компьютерная алгебра. Часть II. Линейная алгебра : учебно-методическое пособие для вузов / Р. Х. Вахитов, Е. В. Вахитова. – Воронеж: Изд. - полиграф. центр ВГУ, 2012. – 184 с.

№ п/п	Источник
3	Вахитова Е. В. Фундаментальная и компьютерная алгебра. Часть III. Алгебра многочленов : учебно-методическое пособие для вузов / Р. Х. Вахитов, Е. В. Вахитова. – Воронеж: Изд. - полиграф. центр ВГУ, 2012. – 111 с.
4	Вахитова Е. В. Фундаментальная и компьютерная алгебра. Часть IV. Компьютерная алгебра : учебно-методическое пособие для вузов / Р. Х. Вахитов, Е. В. Вахитова. – Воронеж: Изд. - полиграф. центр ВГУ, 2012. – 42 с.
5	Вахитова Е. В. Фундаментальная и компьютерная алгебра : учебное пособие / Е. В. Вахитова, С. Р. Вахитова, Р. Х. Вахитов. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2015. – 436 с.

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

### **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-7	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольные работы
2	Разделы 1-7	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольные работы
3	Разделы 1-7	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольные работы

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену

### **20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

#### **20.1 Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:  
- контрольные работы

## Перечень заданий для контрольных работ

### 1 семестр

#### Контрольная работа № 1

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Извлечь в поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$  кубический корень из 1.

**Задание 2 (15 баллов).** Доказать, что множество целых чисел, кратных 5, является подгруппой аддитивной группы целых чисел.

**Задание 3 (20 баллов).** Исследовать, сохраняет ли неглавную операцию "вычитание" гомоморфизм  $f$  кольца  $R_1$  на кольцо  $R_2$ .

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Извлечь в поле комплексных чисел  $\mathbb{C}$  кубический корень из -1.

**Задание 2 (15 баллов).** Доказать, что множество целых чисел, кратных 3, является подгруппой аддитивной группы целых чисел.

**Задание 3 (20 баллов).** Исследовать, сохраняет ли неглавную операцию "вычитание" гомоморфизм  $g$  кольца  $K_1$  на кольцо  $K_2$ .

#### Контрольная работа № 2

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Решить СЛУ по правилу Крамера:  $x+y+2z=-1$ ,  $2x-y+2z=-4$ ,  $4x+y+4z=-2$ .  
(1)

**Задание 2 (15 баллов).** Записать СЛУ (1) в матричной форме и решить полученное матричное уравнение.

**Задание 3 (20 баллов).** Решить СЛУ с параметром:  $x+my+z=m$ ,  $mx+y+z=1$ ,  $x+y+mz=m^2$ .

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Решить СЛУ методом Гаусса:  $x+2y+4z=31$ ,  $5x+y+2z=29$ ,  $3x-2y+z=10$ .  
(1)

**Задание 2 (15 баллов).** Записать СЛУ (1) в матричной форме и решить полученное матричное уравнение.

**Задание 3 (20 баллов).** Решить СЛУ с параметром:  $x+y+az=a^2$ ,  $ax+y+z=1$ ,  $x+ay+z=a$ .

#### Контрольная работа № 3

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\mathbf{b}_1=(1,2,1)$ ,  $\mathbf{b}_2=(2,3,3)$ ,  $\mathbf{b}_3=(3,7,1)$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Найти базис и размерность векторного пространства  $V$  над полем  $\mathbf{R}$ , состоящего из всех квадратных матриц порядка 2 с элементами  $a, b, c, d$  - действительными числами.

**Задание 3 (20 баллов).** Исследовать, приводима ли матрица  $A$  с верхней строкой  $(2,1)$  и нижней

строкой (9,2) линейного оператора  $f$  к диагональной матрице.

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\mathbf{v}_1=(5,4,3)$ ,  $\mathbf{v}_2=(3,3,2)$ ,  $\mathbf{v}_3=(8,1,3)$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Найти базис и размерность векторного пространства  $V$  над полем  $\mathbf{R}$ , состоящего из всех квадратных матриц порядка 2 с элементами  $p, q, r, s$  - действительными числами.

**Задание 3 (20 баллов).** Исследовать, приводима ли матрица  $A$  с верхней строкой (1,0) и нижней строкой (-2,2) линейного оператора  $h$  к диагональной матрице.

## 2 семестр

### Контрольная работа № 4

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Найти остаток от деления многочлена  $f(x)=4x^3+x$  на  $f(x)=x+1+i$  ( $i^2+1=0$ ), пользуясь схемой Горнера.

**Задание 2 (15 баллов).** Найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x)=x^3+2x^2+3x+2$  и  $g(x)=x^3-x^2-4$ .

**Задание 3 (20 баллов).** Найти необходимое и достаточное условие делимости многочлена  $f(x)$  на  $g(x)$ , если  $f(x)=x^3+2x^2+ax-3$  на  $f(x)=x^2+px+q$ .

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Найти остаток от деления многочлена  $f(x)=x^3-x^2-x$  на  $f(x)=x-1+2i$ , ( $i^2+1=0$ ), пользуясь схемой Горнера.

**Задание 2 (15 баллов).** Найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x)=x^4+x^3+x^2-x-2$  и  $g(x)=x^3-x^2-4$ .

**Задание 3 (20 баллов).** Найти необходимое и достаточное условие делимости многочлена  $f(x)$  на  $g(x)$ , если  $f(x)=x^3+ax^2+3x+c$  на  $f(x)=x^2+px+2$ .

### Контрольная работа № 5

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Разложить многочлен  $f(x)=x^{12}-2x^6+1$  в произведение неприводимых многочленов над полем комплексных чисел.

**Задание 2 (15 баллов).** Решить уравнение в  $\mathbf{C}$ :  $z^3-6z+4=0$ .

**Задание 3 (20 баллов).** Решить уравнение в  $\mathbf{R}$ :  $x^3-3x+2=0$ .

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Разложить многочлен  $f(x)=x^{12}+2x^6+1$  в произведение неприводимых многочленов над полем комплексных чисел.

**Задание 2 (15 баллов).** Решить уравнение в  $\mathbf{C}$ :  $z^3+3z^2-3z-14=0$ .

**Задание 3 (20 баллов).** Решить уравнение в  $\mathbf{R}$ :  $x^3-5x+4=0$ .

### Контрольная работа № 6

КИМ 1

**Задание 1 (15 баллов).** Найти рациональные корни многочлена  $f(x)=x^4+3x^3+4x^2+18+18$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Разложить многочлен над полем действительных чисел  $f(x)=x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$  в произведение неприводимых многочленов.

**Задание 3 (20 баллов).** Доказать, что многочлен  $f(x)=2x^3-9x+6$  неприводим над полем  $\mathbb{Q}$ .

КИМ 2

**Задание 1 (15 баллов).** Найти рациональные корни многочлена  $f(x)=3x^4-2x^3+3x^2+x^6-2$ .

**Задание 2 (15 баллов).** Разложить многочлен над полем действительных чисел  $f(x)=x^5+x^4+x^3-x^2-x-1$  в произведение неприводимых многочленов.

**Задание 3 (20 баллов).** Доказать, что многочлен  $f(x)=2x^3-4x+6$  неприводим над полем  $\mathbb{Q}$ .

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- собеседование по экзаменационным билетам

## Перечень вопросов к экзамену:

### 1 семестр

1. Группа, пример.
2. Подгруппа, пример.
3. Простейшие свойства группы.
4. Гомоморфизм групп.
5. Кольцо, пример.
6. Подкольцо, пример.
7. Простейшие свойства кольца.
8. Гомоморфизм колец.
9. Поле, пример.
10. Подполе, пример.
11. Простейшие свойства поля.
12. Гомоморфизм полей.
13. Числовое поле, пример.
14. Теорема о наименьшем числовом поле.
15. Операции над комплексными числами в алгебраической форме.
16. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.
17. Тригонометрическая форма комплексного числа.
18. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
19. Формула Муавра.
20. Извлечение корня  $n$ -й степени ( $n$  - натуральное число,  $n > 1$ ) из комплексного числа в тригонометрической форме.
21. Система линейных уравнений (СЛУ) над полем, понятия решения СЛУ, следствия СЛУ.
22. Равносильные СЛУ, теорема.
23. Векторная форма записи СЛУ.
24. Однородная СЛУ, неоднородная СЛУ, теорема о сумме решения совместной неоднородной СЛУ и решения соответствующей однородной СЛУ.
25. Теорема о разности двух решений совместной неоднородной СЛУ.
26. Критерий совместности СЛУ, фундаментальная система решений однородной СЛУ.
27. Решение СЛУ методом последовательного исключения переменных.
28. Матрицы размерности  $m \times n$  над полем, их виды и операции над ними.
29. Ступенчатая матрица, ранг матрицы, теоремы, 1-й способ вычисления ранга матрицы.
30. Обратимая матрица, обратная матрица, теорема.

31. Теоремы о необратимости квадратной матрицы.
32. 1-й способ вычисления обратной матрицы.
33. Определитель квадратной матрицы, свойства, определитель произведения матриц.
34. Необходимое и достаточное условия равенства нулю определителя.
35. Минор элемента, алгебраическое дополнение, минор  $k$ -го порядка.
36. 2-й способ вычисления ранга матрицы и обратной матрицы.
37. Теорема о разложении определителя по строке (или столбцу).
38. Матричная форма записи СЛУ, теорема.
39. Правило Крамера.
40. Условия, при которых однородная СЛУ из  $n$  уравнений с  $n$  переменными имеет нетривиальные решения.
41. Арифметическое  $n$ -мерное векторное пространство, свойства.
42. Векторное (линейное) пространство над полем, свойства.
43. Подпространство, линейная комбинация, линейная оболочка.
44. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, свойства линейной зависимости.
45. Эквивалентные системы векторов, базис и ранг конечной системы векторов.
46. Базис и размерность векторного пространства.
47. Теорема о разложении вектора по базису.
48. Изоморфизм векторных пространств.
49. Ортогональная система векторов, ортогональное дополнение к подпространству.
50. Евклидово векторное пространство.
51. Линейное отображение, теорема о сохранении линейной комбинации.
52. Линейный оператор, матрица линейного оператора.
53. Матрица перехода одного базиса к другому.
54. Теорема о связи между координатами вектора и координатами его образа.
55. Теорема о связи между координатами вектора в различных базисах.
56. Теорема о связи между матрицами линейного оператора в различных базисах.
57. Обратимый линейный оператор, обратный линейный оператор, теорема.
58. Дефект и ранг линейного оператора, теорема о связи между ними.
59. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
60. Характеристическое уравнение.

## 2 семестр

1. Многочлен от одной переменной, степень многочлена.
2. Деление многочлена на двучлен  $x-c$ . Теорема Безу.
3. Корни многочлена, теорема о корне многочлена.
4. Теорема о делении с остатком.
5. Наибольший общий делитель.
6. Свойства НОД.
7. Алгоритм Евклида.
8. Наименьшее общее кратное.
9. Неприводимые над полем многочлены.
10. Разложение многочлена над произвольным полем в произведение нормированных неприводимых многочленов и его единственность.
11. Схема Горнера.
12. Кратные корни многочлена.
13. Алгебраически замкнутое поле.
14. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.

15. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых многочленов.
16. Зависимость между корнями и коэффициентами многочлена.
17. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
18. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых многочленов.
19. Уравнение третьей степени.
20. Уравнение четвертой степени.
21. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
22. Критерий неприводимости (Эйзенштейна).
23. Понятие квадратичной формы.
24. Матрица и ранг квадратичной формы.
25. Запись квадратичной формы в виде произведения матриц.
26. Канонический вид квадратичной формы.
27. Основная теорема о квадратичных формах.
28. Сигнатура квадратичной формы.
29. Положительно определенная квадратичная форма.
30. Отрицательно определенная квадратичная форма.
31. Об отличиях компьютерной алгебры.
32. Системы компьютерной алгебры.
33. Алгоритмы компьютерной алгебры.
34. О представлении данных.
35. Определение систематической записи.
36. Арифметические операции.
37. Перевод в десятичную систему счисления и обратно.
38. Перевод из  $g$ -ичной системы в  $h$ -ичную систему.
39. Определение сравнения по натуральному модулю.
40. Полная система вычетов.
41. Аддитивная группа классов вычетов.
42. Кольцо классов вычетов.
43. Определение алгебраического числа.
44. Минимальный многочлен алгебраического числа.
45. Операции над алгебраическими числами.
46. Поле алгебраических чисел.
47. Представление целых чисел.
48. Представление классов вычетов.
49. Представление рациональных чисел.
50. Представление алгебраических чисел.

### Перечень практических заданий

#### 1 семестр

1. Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\mathbf{a}_1=(5,4,3)$ ,  $\mathbf{a}_2=(3,3,2)$ ,  $\mathbf{a}_3=(8,1,3)$ ,
2. Найти базис и размерность векторного пространства  $V$  над полем  $\mathbf{R}$ , состоящего из всех квадратных матриц порядка 2 с элементами  $a, b, c, d$  - действительными числами.
3. Исследовать, приводима ли матрица  $A$  с верхней строкой  $(2,1)$  и нижней строкой  $(9,2)$  линейного оператора  $f$  к диагональной матрице.
4. Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\mathbf{b}_1=(1,2,1)$ ,  $\mathbf{b}_2=(2,3,3)$ ,  $\mathbf{b}_3=(3,7,1)$ .



5. Найти базис и размерность векторного пространства  $V$  над полем  $\mathbf{R}$ , состоящего из всех квадратных матриц порядка 2 с элементами  $p, q, r, s$  - действительными числами.
6. Исследовать, приводима ли матрица  $A$  с верхней строкой  $(1,0)$  и нижней строкой  $(-2,2)$  линейного оператора  $h$  к диагональной матрице.
7. Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\mathbf{v}_1=(5,2,1)$ ,  $\mathbf{v}_2=(2,3,4)$ ,  $\mathbf{v}_3=(7,5,1)$ .
8. Найти базис и размерность векторного пространства  $V$  над полем  $\mathbf{R}$ , состоящего из всех квадратных матриц порядка 2 с элементами  $k, l, m, n$  - действительными числами
9. Исследовать, приводима ли матрица  $A$  с верхней строкой  $(2,3)$  и нижней строкой  $(-7,1)$  линейного оператора  $g$  к диагональной матрице.
10. Исследовать на линейную зависимость систему векторов  $\mathbf{u}_1=(1,2,4)$ ,  $\mathbf{u}_2=(2,5,6)$ ,  $\mathbf{u}_3=(3,6,4)$ .
11. Решить СЛУ по правилу Крамера:  $x+y+2z=-1$ ,  $2x-y+2z=-4$ ,  $4x+y+4z=-2$ .
12. Записать СЛУ  $x+y+2z=-1$ ,  $2x-y+2z=-4$ ,  $4x+y+4z=-2$ , в матричной форме и решить полученное матричное уравнение.
13. Решить СЛУ с параметром  $x+my+z=m$ ,  $mx+y+z=1$ ,  $x+y+mz=m^2$ .
14. Решить СЛУ методом Гаусса  $x+2y+4z=31$ ,  $5x+y+2z=29$ ,  $3x-2y+z=10$ .
15. Записать СЛУ  $x+2y+4z=31$ ,  $5x+y+2z=29$ ,  $3x-2y+z=10$  в матричной форме и решить полученное матричное уравнение.
16. Решить СЛУ с параметром  $x+y+az=a^2$ ,  $ax+y+z=1$ ,  $x+ay+z=a$ .
17. Решить СЛУ по правилу Крамера:  $x+y+2z=-1$ ,  $3x+4z=-5$ ,  $4x+2y+6z=-3$ .
18. Записать СЛУ  $x+y+2z=-1$ ,  $3x+4z=-5$ ,  $4x+2y+6z=-3$ , в матричной форме и решить полученное матричное уравнение.
19. Решить СЛУ с параметром  $x+ky+z=k$ ,  $kx+y+z=1$ ,  $x+y+kz=k^2$ .
20. Решить СЛУ методом Гаусса  $x+2y+4z=31$ ,  $5x+y+2z=29$ ,  $6x-4y+2z=20$ .
21. Извлечь в поле комплексных чисел  $\mathbf{C}$  кубический корень из 1.
22. Доказать, что множество целых чисел, кратных 5, является подгруппой аддитивной группы целых чисел.
23. Исследовать, сохраняет ли неглавную операцию "вычитание" гомоморфизм  $g$  кольца  $K_1$  на кольцо  $K_2$ .
24. Извлечь в поле комплексных чисел  $\mathbf{C}$  кубический корень из -1.
25. Доказать, что множество целых чисел, кратных 3, является подгруппой аддитивной группы целых чисел.
26. Исследовать, сохраняет ли неглавную операцию "вычитание" гомоморфизм  $f$  кольца  $R_1$  на кольцо  $R_2$ .
27. Извлечь в поле комплексных чисел  $\mathbf{C}$  кубический корень из  $i$ .
28. Доказать, что множество целых чисел, кратных 7, является подгруппой аддитивной группы целых чисел.
29. Исследовать, сохраняет ли неглавную операцию "вычитание" гомоморфизм  $h$  кольца  $A_1$  на кольцо  $A_2$ .
30. Извлечь в поле комплексных чисел  $\mathbf{C}$  кубический корень из  $-i$ .

## 2 семестр

1. Разложить многочлен  $f(x)=x^{12}-2x^6+1$  на неприводимые многочлены над полем комплексных чисел.
2. Решить уравнение в  $\mathbf{C}$ :  $z^3-6z+4=0$ .
3. Доказать, что многочлен  $f(x)=2x^3-9x+6$  неприводим над полем  $\mathbf{Q}$ .
4. Найти рациональные корни многочлена  $f(x)=3x^4-2x^3+3x^2+x^6-2$ .
5. Решить уравнение в  $\mathbf{R}$ :  $x^3-3x+2=0$ .
6. Найти остаток от деления многочлена  $f(x)=4x^3+x$  на  $f(x)=x+1+i$  ( $i^2+1=0$ ), пользуясь схемой

Горнера.

7. Найти остаток от деления многочлена  $f(x)=x^3-x^2-x$  на  $f(x)=x-1+2i$ , ( $i^2+1=0$ ), пользуясь схемой Горнера.
8. Доказать, что многочлен  $f(x)=2x^3+3x+6$  неприводим над полем  $Q$ .
9. Решить уравнение в  $C$ :  $z^3+3z^2-3z-14=0$ .
10. Решить уравнение в  $R$ :  $x^3-5x+4=0$ .
11. Найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x)=x^4+x^3+x^2-x-2$  и  $g(x)=x^3-x^2-4$ .
12. Найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x)=x^3+2x^2+3x+2$  и  $g(x)=x^3-x^2-4$ .
13. Найти необходимое и достаточное условие делимости многочлена  $f(x)$  на  $g(x)$ , если  $f(x)=x^3+2x^2+ax-3$  на  $f(x)=x^2+px+q$ .
14. Найти необходимое и достаточное условие делимости многочлена  $f(x)$  на  $g(x)$ , если  $f(x)=x^3+ax^2+3x+c$  на  $f(x)=x^2+px+2$ .
15. Найти корни многочлена  $f(z)=z^3-3z+2$ .
16. Разложить многочлен  $f(x)=x^{12}+2x^6+1$  в произведение неприводимых многочленов над полем комплексных чисел.
17. Найти рациональные корни многочлена  $f(x)=x^4+3x^3+4x^2+18+18$ .
18. Выполнить деление на двучлен "уголком" и по схеме Горнера:  $f_1=4x^3+x^2$ ,  $f_2=x+1-i$ , где  $i^2=-1$ .
19. Разложить многочлен над полем действительных чисел  $f(x)=x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$  в произведение неприводимых многочленов.
20. Разложить многочлен над полем действительных чисел  $f(x)=x^5+x^4+x^3-x^2-x-1$  в произведение неприводимых многочленов.
21. Выполнить деление с остатком:  $f=2x^5+3x^4-6x^3-5x+7$ ,  $g=x^3+2x^2-3x+1$ .
22. Найти остаток от деления по схеме Горнера:  $f=x^4-2x^3+4x^2-6x+8$ ,  $h=x-1$ .
23. Найти остаток от деления по схеме Горнера:  $f=2x^5-5x^3-8x$ ,  $g=x+3$ .
24. Найти наибольший общий делитель многочленов:  $f=x^3-x^2+3x-10$ ,  $h=3x^3+10x^2+2x-3$ .
25. Найти кратность корня  $s$  многочлена  $f$ , если  $f=x^5+6x^4+11x^3+2x^2-12x-8$ .

Примечание. Номер задачи соответствует номеру КИМ на экзамене.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо

Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	-	Неудовлетворительно